

**Algoritmi e Strutture Dati – 12/01/15****Esercizio 1 – Punti  $\geq 6$  (Parte A)**

Trovare limiti superiori e inferiori per la seguente equazione di ricorrenza, utilizzando il metodo di sostituzione (detto anche per tentativi)

$$T(n) = \begin{cases} T(n/2) + 2^n & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

**Esercizio 2 – Punti  $\geq 6$  (Parte A)**

Un albero binario  $T$  è  $k$ -bilanciato se la differenza di altezza fra il sottoalbero  $T.left$  e  $T.right$  è inferiore o uguale a  $k$ , e questa proprietà vale ricorsivamente per tutti i sottoalberi di  $T$ .

Scrivere un algoritmo che preso in input un albero binario  $T$  e un valore  $k$ , restituisca **true** se l'albero è  $k$ -bilanciato.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

**Esercizio 3 – Punti  $\geq 9$  (Parte A)**

Scrivere un algoritmo che, dato un grafo orientato  $G$  determina se  $G$  contiene cicli di lunghezza 4.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Per questo esercizio, consideriamo cicli i cui archi sono tutti distinti, senza che necessariamente i vertici siano distinti. Ad esempio, quattro archi orientati distinti  $(a, b)$ ,  $(b, c)$ ,  $(c, b)$  e  $(b, a)$  costituiscono un ciclo di lunghezza 4; quattro archi orientati non distinti  $(a, b)$ ,  $(b, a)$ ,  $(a, b)$  e  $(b, a)$  non costituiscono un ciclo di lunghezza 4.

**Esercizio 4 – Punti  $\geq 9$  (Parte B)**

Un bambino scende una scala composta da  $n$  scalini. Ad ogni passo, può decidere di fare 1,2,3,4 scalini alla volta. Scrivere un algoritmo che determina in quanti modi diversi può scendere le scale. Ad esempio, se  $n = 7$ , alcuni dei modi possibili sono i seguenti (rappresentati dalla lunghezza dei passi in numero di scalini):

- 1,1,1,1,1,1,1
- 1,2,4
- 4,2,1
- 2,2,2,1
- 1,2,2,1,1

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.