Cognome: **Nome:** **# Matricola:** **Riga:** **Col:**

Algoritmi e Strutture Dati – 01/09/15

Esercizio 1 – Punti ≥ 6 (Parte A)

Si consideri un vettore contenente n interi. Il vettore contiene m valori distinti, con m molto più piccolo di n; esistono quindi tante ripetizioni di ognuno dei valori distinti. I valori possono appartenere ad un intervallo arbitrariamente grande.
Come esempio, si consideri questo vettore: $\{100, 12, 100, 1, 1, 12, 100, 1, 12, 100, 1, 1, 1, 100999, 12, 1, 100999, 1, 1, 100\}$ che contiene $n = 20$ valori ma solo $m = 4$ valori distinti.
Il nostro obiettivo è ordinare il vettore in tempo inferiore ad un ordinamento "classico" $O(n \log n)$, sfruttando l'informazione sul numero m di valori distinti.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Esercizio 2 – Punti ≥ 6 (Parte B)

La conferenza "Second International Excellent Seminar on Theory of Algorithms" (SIESTA) si preannuncia come una delle più frequentate al mondo, forse anche a causa della lunga sosta dei lavori subito dopo pranzo.
Le n più grandi società di software hanno mandato alcuni dei propri dipendenti a partecipare alla conferenza; in particolare, la società i-esima ha mandato d_i dipendenti.
Durante la conferenza, vengono organizzati m workshop simultanei; il workshop j-esimo ha capacità c_j (possono partecipare al più c_j persone). Ogni società i richiede di partecipare ad un sottoinsieme di workshop $w_i \subseteq \{1, \ldots, m\}$. Per evitare sovraffollamenti, gli organizzatori proibiscono che una società partecipi con più di un dipendente allo stesso workshop.
Descrivere un algoritmo che ritorni il numero massimo di richieste che possono essere soddisfatte.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Esercizio 3 – Punti ≥ 9 (Parte A)

In un vettore contenente n interi non ordinati e distinti, un *picco* è un valore più grande dei valori vicini immediatamente precedenti o successivi (se esistenti).
Ad esempio, nel vettore $A = [5, 7, 9, 6, 12, 8, 10]$ esistono ben 3 valori di picco: 9 (più grande di 7 e 6), 12 (più grande di 6 e 8), 10 (10 in quanto più grande del suo unico vicino 8).

- Dimostrare che in un qualunque vettore contenente interi distinti, esiste sempre almeno un picco.
- Scrivere un algoritmo divide-et-impera con complessità $O(\log n)$ che trova la posizione di uno qualsiasi dei picchi all'interno di un vettore di dimensione n.
- Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale. Soluzioni con costo computazionale lineare non verranno considerate.

Esercizio 4 – Punti ≥ 12 (Parte B)

Sia data una stringa $s[1 \ldots n]$ di n caratteri. Scrivere un algoritmo che restituisce la lunghezza della *sottostringa* palindroma massimale contenuta all'interno di s. Ricordiamo che una sottostringa è un sottoinsieme ordinato di caratteri *contiguo* di s. Ricordiamo che una stringa palindroma si legge allo stesso modo da sinistra a destra e da destra a sinistra. Per massimale, si intende che non esistono sottostringhe palindrome più lunghe (ma possono esisterne altre della stessa lunghezza).

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Ad esempio, se l'input è "ovattavo con l'ovatta", la più lunga sottostringa palindroma è "ovattavo". È importante notare che non stiamo cercando la sottosequenza (non contigua) palindroma più lunga, che sarebbe "attavoovatta".