

Algoritmi e Strutture Dati – 26/1/16

Esercizio 1 – Punti ≥ 6 (Parte A)

Trovare limiti superiori e inferiori per le seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} \frac{1}{2}(T(n-1) + T(3n/4)) + n & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

$$T(n) = \begin{cases} T(\frac{1}{2}n) + T(\frac{1}{4}n) + T(\frac{1}{6}n) + T(\frac{1}{12}n) + 1 & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 – Punti ≥ 6 (Parte B)

La signora Eris ha due figli che si odiano. Una mattina, i due figli scendono per fare colazione e dichiarano: d'ora in poi, per andare a scuola non passeranno per alcun segmento di strada per cui l'altro fratello è già passato o sta passando, durante la stessa mattina. Si definisce un segmento di strada come una sezione di strada limitata da due incroci, senza ulteriori incroci in mezzo. È possibile quindi modellare la mappa della città come un grafo orientato composto da incroci (nodi) e segmenti di strade che li uniscono (archi).

La signora Eris è preoccupata; teme che non sia possibile andare a scuola rispettando queste regole. Fortunatamente, sia la casa di famiglia che la scuola si trovano ad un incrocio. Data la mappa della città e la posizione di casa e scuola, descrivere un algoritmo che restituisca **true** se è possibile identificare due percorsi (di qualunque lunghezza) che permettano ad entrambi i ragazzi di arrivare a scuola, **false** altrimenti.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Esercizio 3 – Punti ≥ 8 (Parte B)

Siano dati in input tre stringhe, X , Y e Z , dove $|X| = n$, $|Y| = m$ e $|Z| = n + m$. Si dice che Z è "mescolata" a partire da X e Y se Z può essere formata intervallando caratteri di X e di Y , mantenendo tuttavia l'ordinamento dei caratteri delle stringhe originali. Scrivere un algoritmo che ritorni **true** se Z è mescolata a partire da X e Y , **false** altrimenti.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Ad esempio, "AB" e "CD" possono essere mescolate formando "ABCD", "ACBD", "ACDB", "CABD", "CADB", "CDAB" ma non possono formare "BACD" perchè le lettere "A", "B" non compaiono nello stesso ordine della stringa originale. Attenzione ai caratteri che compaiono più di una volta: "123" e "345" possono essere mescolati per formare "123435", ma non per formare "143235" oppure "123455".

Esercizio 4 – Punti ≥ 12 (Parte B)

Ogni intero positivo n può essere scritto come somma di quadrati di interi; ad esempio, $7 = 2^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$, mentre $13 = 3^2 + 2^2$. Ovviamente, esistono più modi per esprimere un numero come somma di quadrati; 13 può essere espresso anche come $2^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2$. Siamo interessati al modo che richiede il minor numero di quadrati (nel caso di 13, $3^2 + 2^2$ richiede 2 quadrati, mentre $2^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2$ richiede 4 quadrati).

- Scrivere un algoritmo che, preso in input n , restituisce il **numero** minimo di quadrati la cui somma è pari ad n .
- Scrivere un algoritmo che, dato n , stampa **tutti** i modi possibili per esprimere n come somma di quadrati.

Per esempio, con $n = 13$, stamperà

$$1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$$

$$2^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$$

$$2^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$$

$$2^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2$$

$$3^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$$

$$3^2 + 2^2$$

Discutere informalmente la correttezza delle soluzioni proposte e calcolare la complessità computazionale.