

Algoritmi e Strutture Dati – 06/06/16

A1 – Complessità – Punti ≥ 4

Trovare limiti superiori e inferiori per la seguente equazione di ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} T(\frac{1}{10}n) + T(\frac{5}{6}n) + T(\frac{1}{16}n) + n & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

A2 – Silicon Valley 1 – Punti ≥ 6

Nell'episodio S03E01 della serie TV "Silicon Valley", la compagnia Hooli (<http://www.hooli.com/>) ha deciso di cancellare un'intera divisione (un manager e tutti i dipendenti sotto di lui) per migliorare i conti.

L'organigramma della compagnia è dato da un albero radicato T . Ogni nodo rappresenta un dipendente; ogni dipendente t ha un salario $t.salary$ e una produttività $t.produttivita$. Una divisione è costituita da un nodo interno (manager) e da tutti i suoi discendenti.

Si è deciso di cancellare la divisione il cui *profitto totale* (somma delle produttività meno somma del salario di tutti i dipendenti della divisione, compreso il manager) è minore fra tutte le divisioni (può anche essere un valore negativo).

Scrivere un algoritmo che restituisca il *profitto totale* della divisione da cancellare.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

B1 – Silicon Valley 2 – Punti ≥ 11

La cancellazione di un'intera divisione ha creato un certo malcontento fra i dipendenti di Hooly. Il management ha deciso che è necessario individuare un sottoinsieme di essi e pagarli per spiare gli altri, utilizzando la regola seguente.

Dato l'albero rappresentante l'organigramma, per ogni relazione padre-figlio (ovvero, manager-dipendente diretto) presente nell'albero, almeno uno fra il nodo padre e il nodo figlio deve essere una spia. Visto che pagare le spie costa, il vostro compito è scrivere un algoritmo che restituisca il numero minimo di spie che sono necessarie per soddisfare tale condizione.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

B2 – Vettori ordinati – Punti ≥ 9

Scrivere un algoritmo che preso in input n e k , restituisca il numero totale di vettori distinti di lunghezza n , contenenti valori interi compresi fra 1 e k , ordinati dalla relazione \leq .

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Ad esempio, dati $n = 4$ e $k = 3$, questi sono i possibili vettori ordinati:

[1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 2], [1, 1, 1, 3], [1, 1, 2, 2], [1, 1, 2, 3],
 [1, 1, 3, 3], [1, 2, 2, 2], [1, 2, 2, 3], [1, 2, 3, 3], [1, 3, 3, 3],
 [2, 2, 2, 2], [2, 2, 2, 3], [2, 2, 3, 3], [2, 3, 3, 3], [3, 3, 3, 3]

e quindi il valore da restituire è 15.