Cognome: **Nome:** **# Matricola:** **Riga:** **Col:**

Algoritmi e Strutture Dati – 06/07/16

Esercizio 1 – Punti ≥ 6 (Parte A)

Trovare il limite superiore per la seguente equazione di ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} 2T(\lfloor n/\sqrt{2} \rfloor - 5) + n^{\Pi/2} & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 – Punti ≥ 6 (Parte A)

Data un matrice di dimensioni $m \times n$, vogliamo riordinare i suoi elementi in modo tale che

- per ogni $i = 1 \ldots m$, per ogni $j = 1 \ldots n-1$ si abbia $A[i][j] \leq A[i, j+1]$,
- per ogni $j = 1 \ldots n$, per ogni $i = 1 \ldots m-1$, si abbia $A[i][j] \leq A[i+1][j]$.

Ad esempio, la matrice di sinistra, una volta ordinata, potrebbe dare origine alla matrice di destra:

$$\begin{pmatrix} 5 & 10 & 4 & 14 \\ 2 & 16 & 12 & 24 \\ 7 & 9 & 8 & 8 \\ 1 & 3 & 21 & 18 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 8 \\ 2 & 8 & 12 & 14 \\ 4 & 9 & 16 & 18 \\ 5 & 10 & 21 & 24 \end{pmatrix}$$

Si noti che più ordinamenti sono possibili, e un algoritmo che restituisce sempre uno qualunque di essi è considerato valido. Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Esercizio 3 – Punti ≥ 8 (Parte B)

La Route 66 è una strada che collega Chicago a Los Angeles e che contiene un totale di n città. Nel suo prossimo tour elettorale Donald Trump (The Donald) ha deciso di seguire la Route 66 in una direzione, senza mai tornare indietro sui propri passi. The Donald non può tenere un comizio in ogni città, ma deve sceglierne un sottoinsieme. Un requisto richiesto da The Donald è il seguente: date due città i, j in cui terrà comizi, esse devono trovarsi ad una distanza superiore o uguale a D. La città i-esima si trova al miglio $m[i]$; quindi la distanza fra i e j è pari a $m[j] - m[i]$, con $i < j$.
Seguendo queste regole, The Donald vorrebbe parlare al maggior numero di elettori. Si stima che al comizio nella città i-esima saranno presenti $e[i]$ elettori.
Sorprendentemente, The Donald non ha grandi conoscenze informatiche, e ha chiesto a voi di risolvere il problema; in particolare, vorrebbe un algoritmo che restituisca il maggior numero di elettori che possono essere presenti seguendo le regole di cui sopra, dati un vettore di posizioni delle città $m[]$ e un vettore di numero di elettori $e[]$. Scrivere l'algoritmo e commentatene correttezza e complessità. Nel caso vi rifiutaste di risolvere il problema per conto di The Donald, riceverete $+1$ punto bonus.[1]

Esercizio 4 – Punti ≥ 10 (Parte B)

Lorenzo e Samuel (rappresentanti degli studenti presso il DISI) con l'aiuto di Carlotta (ex-rappresentante) hanno organizzato una caccia al tesoro, disseminando n premi nel Polo Ferrari. Ogni premio i ha una probabilità $p[i]$ di essere trovato, indipendentemente da eventuali indizi. Assieme al premio i-esimo, è possibile trovare indizi che portano *sicuramente* al ritrovamento di altri premi. In altre parole, i premi sono collegati fra loro da un grafo orientato. Tale grafo è anche aciclico.
Dato il vettore di probabilità p e il grafo diretto aciclico G, scrivere un algoritmo che restituisca il numero atteso di premi trovati. Discuterne correttezza e complessità.
Alcuni suggerimenti: se la probabilità di essere trovato del premio i-esimo è pari a $p[i]$, con $1 \leq i \leq n$, allora il numero atteso di premi trovati è pari a $\sum_{i=1}^{n} p[i]$.
Personalmente, trovo più semplice ragionare sull'esercizio in termine di probabilità che un premio **non** venga trovato, piuttosto che il contrario.

[1] Non è vero, è uno scherzo.