

Algoritmi e Strutture Dati – 29/06/17

Esercizio 1 – Punti ≥ 6 (Parte A)

Trovare i limiti superiore e inferiori più stretti possibili per la seguente equazione di ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} 2T(\lfloor n/2 \rfloor) + 4T(\lfloor n/4 \rfloor) + & n > 8 \\ 15T(\lfloor n/8 \rfloor) + n^2 & \\ 1 & n \leq 8 \end{cases}$$

Esercizio 2 – Punti ≥ 7 (Parte A)

Scale e serpenti è un gioco da tavola, inventato in India nel 16esimo secolo, che si svolge su una scacchiera $n \times n$, numerata consecutivamente da 1 a n^2 a partire dal basso a sinistra, numerando le righe alternativamente da sinistra a destra e da destra a sinistra, come illustrato in figura. Si gioca con un dado a 6 facce, partendo dalla casella 1 e avanzando di un numero di caselle pari al risultato del dado. Se si arriva alla base di una scala, ci si sposta in cima (avanzando nel gioco); se si arriva alla bocca di un serpente, ci si sposta nella sua coda (arretrando).

Siano dati in input n (la dimensione del lato) e scale e/o serpenti memorizzati in vettore $V[1 \dots n^2]$, tale per cui $V[i] > i$ se nella casella i -esima c'è una scala che conduce alla casella $V[i]$; $V[i] < i$ se nella casella i -esima c'è un serpente che conduce nella casella $V[i]$; $V[i] = i$ se nella casella i -esima non c'è alcuna scala e alcun serpente.

Scrivere un algoritmo che restituisca il numero minimo di tiri di dadi necessari per vincere, ovvero arrivare alla casella n^2 .

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.



Esercizio 3 – Punti ≥ 8 (Parte B)

La High Line è un parco lineare di New York realizzato su una sezione in disuso della ferrovia sopraelevata chiamata West Side Line. È un rettilineo lungo L metri corredato da aiuole e piante. Lungo il parco, esistono n irrigatori. L'irrigatore i -esimo è collocato ad una distanza $D[i]$ dall'inizio della High Line e ha un raggio di azione pari a $R[i]$, ovvero inaffia la sezione di High Line che va da $D[i] - R[i]$ a $D[i] + R[i]$. Il vostro compito è scrivere un algoritmo che restituisca il minimo numero di irrigatori che vanno attivati per innaffiare l'intera linea, oppure -1 se è impossibile innaffiare l'intera linea.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Esercizio 4 – Punti ≥ 10 (Parte B)

Al CERN stanno progettando un esperimento, il cui scopo è misurare le *proprietà fisiche* $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$. A questo scopo, è disponibile un insieme $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ di *strumenti*. Lo strumento i è in grado di studiare un sottoinsieme $p_i \subseteq P$ di proprietà; durante un esperimento può misurare un qualunque sottoinsieme di tali proprietà. Per evitare errori di misurazione, ogni proprietà deve essere misurata da almeno r strumenti diversi. Inoltre, ogni strumento i -esimo è prodotto da una ditta d_i nell'insieme $D = \{d_1, d_2, \dots, d_t\}$. Per evitare errori sistematici, tutti gli r strumenti che misurano una proprietà devono avere produttori differenti.

Descrivere un algoritmo che restituisca vero se gli strumenti a disposizione permettono di misurare le proprietà rispettando i vincoli appena descritti, falso altrimenti.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.