Cognome: Nome: # Matricola: Riga: Col:

Algoritmi e Strutture Dati – Parte A – 04/02/2020

Esercizio A1 – Punti ≥ 8

Si calcoli la complessità computazionale della seguente procedura, dove buildHeap() è la funzione utilizzata in HeapSort per costruire un vettore max-heap a partire da un vettore non ordinato di interi.

```
int fun(int[] A, int n)
    return funr(A, 1, n)
```

```
int funr(int[] A, int i, int j)
    if i + 1 < j then
        int n = (j − i + 1)
        int[] B = new int[1 . . . n]
        for k = i to j do
            B[k − i + 1] = A[k]
        buildHeap(B, n)
        int m = ⌊(i + j)/2⌋
        return
          funr(A, i, m) + funr(A, m + 1, j) + B[2]
    else
        return 0
```

Esercizio A2 – Punti ≥ 10

Scrivere un algoritmo

boolean hasPath(**int**[][] A, **int** n)

che prenda in input una matrice quadrata di interi positivi di dimensione $n \times n$ e restituisca **true** se esiste un cammino ammissibile dalla cella $(1,1)$ alla cella (n,n). Un cammino si dice *ammissibile* se non contiene celle ripetute ed è composto da mosse in orizzontale o verticale lunghe quanto il valore contenuto nella cella. In altre parole, dalla cella (i,j) le mosse possibili portano nelle celle seguenti (se esistenti):

$$(i - A[i][j], j)$$

$$(i, j - A[i][j]) \qquad\qquad (i, j + A[i][j])$$

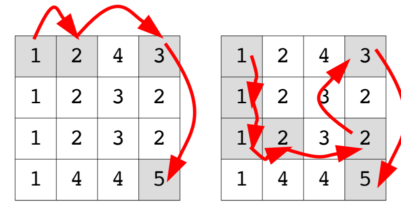
$$(i + A[i][j], j)$$

Discutere informalmente la correttezza dell'algoritmo e calcolare la sua complessità computazionale.

Nell'esempio seguente esistono 5 cammini ammissibili da $(1,1)$ a $(4,4)$:

$C_1 = [(1,1),(1,2),(1,4),(4,4)]$
$C_2 = [(1,1),(2,1),(3,1),(3,2),(3,4),(1,4),(4,4)]$
$C_3 = [(1,1),(2,1),(3,1),(3,2),(1,2),(1,4),(4,4)]$
$C_4 = [(1,1),(2,1),(2,2),(2,4),(4,4)]$
$C_5 = [(1,1),(1,2),(3,2),(3,4),(1,4),(4,4)]$

dei quali i primi due sono rappresentati tramite frecce rosse. Per questo input, l'algoritmo deve restituire **true**.



Esercizio A3 – Punti ≥ 12

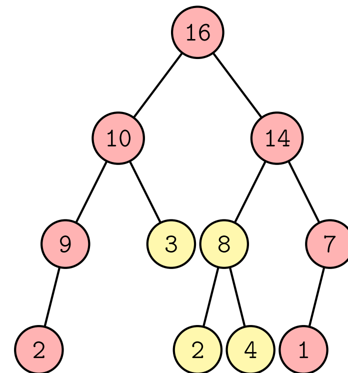
In un albero binario, un nodo è *angolare* se è il primo o l'ultimo del suo livello. Scrivere un algoritmo

int sumAngular(TREE T)

che prenda in input un albero binario che contenga valori numerici nel campo $t.value$ di ogni nodo t e restituisca la somma dei valori contenuti nei nodi angolari.

Discutere informalmente la correttezza dell'algoritmo e calcolare la sua complessità computazionale.

Nell'esempio seguente, i nodi rosa sono nodi angolari, i nodi gialli no. L'algoritmo dovrà quindi restituire: $16 + 10 + 14 + 9 + 7 + 2 + 1 = 59$.



Cognome: **Nome:** **# Matricola:** **Riga:** **Col:**

Algoritmi e Strutture Dati – Parte B - 04/02/2020

Esercizio -1 Iscriversi allo scritto entro la scadenza. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

Esercizio 0 Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna su tutti i fogli consegnati. Consegnare foglio A4 e foglio protocollo di bella. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

Esercizio B1 – Punti ≥ 8

Scrivere un algoritmo

$$\textbf{int}\ \mathsf{countPaths}(\textbf{int}[\,][\,]\ A,\ \textbf{int}\ n)$$

che prenda in input una matrice quadrata di interi positivi di dimensione $n \times n$ e restituisca il numero di cammini ammissibili dalla cella $(1,1)$ alla cella (n,n). Un cammino si dice *ammissibile* se non contiene celle ripetute ed è composto da mosse in orizzontale o verticale lunghe quanto il valore contenuto nella cella. In altre parole, dalla cella (i,j) le mosse possibili portano nelle celle seguenti (se possibile).

$$(i - A[i][j], j)$$

$$(i, j - A[i][j]) \qquad\qquad (i, j + A[i][j])$$

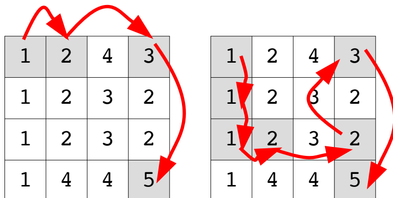
$$(i + A[i][j], j)$$

Discutere informalmente la correttezza dell'algoritmo e calcolare la sua complessità computazionale.

Nell'esempio seguente esistono 5 cammini ammissibili da $(1,1)$ a $(4,4)$:

$C_1 = [(1,1),(1,2),(1,4),(4,4)]$
$C_2 = [(1,1),(2,1),(3,1),(3,2),(3,4),(1,4),(4,4)]$
$C_3 = [(1,1),(2,1),(3,1),(3,2),(1,2),(1,4),(4,4)]$
$C_4 = [(1,1),(2,1),(2,2),(2,4),(4,4)]$
$C_5 = [(1,1),(1,2),(3,2),(3,4),(1,4),(4,4)]$

dei quali i primi due sono rappresentati tramite frecce rosse. Per questo input, l'algoritmo deve restituire 5.



Esercizio B2 – Punti ≥ 10

Lo zero-sbilanciamento di un vettore contenente valori $0,1$ è dato dal numero di valori zero meno il numero di valori uno contenuti in esso. Si scriva un algoritmo

$$\textbf{int}\ \mathsf{zeroUnbalance}(\textbf{int}[\,]\ A,\ \textbf{int}\ n)$$

che restituisca lo zero-sbilanciamento massimale del vettore A di lunghezza n, ovvero il più grande zero-sbilanciamento fra tutti i sottovettori contigui di A.

Discutere informalmente la correttezza dell'algoritmo e calcolare la sua complessità computazionale.

Ad esempio, il vettore `00001000` contiene 7 bit zero e 1 bit 1, quindi il suo zero-sbilanciamento è pari a 7-1=6. Nel vettore `11000010001`, il sottovettore contiguo con massimo zero-sbilanciamento è `00001000`, sottolineato. Il vostro algoritmo dovrà quindi rispondere 6.

Esercizio B3 – Punti ≥ 12

Scrivere un algoritmo:

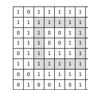
$$\textbf{int}\ \mathsf{largestSquare}(\textbf{int}[\,][\,]\ A,\ \textbf{int}\ n)$$

che prenda in input una matrice quadrata A di dimensione $n \times n$ contenente valori $0,1$ e restituisca la dimensione della più grande sottomatrice quadrata che contiene solo valori 1 sui bordi.

Discutere informalmente la correttezza dell'algoritmo e calcolare la sua complessità computazionale.

Nella matrice 8×8 seguente, è possibile vedere una sottomatrice quadrata con bordi di valore 1 di dimensione 5×5, evidenziata in grigio; è possibile vedere che all'interno di essa esiste anche una sottomatrice quadrata con bordi di valore 1 di dimensione 4×4. Non è possibile vedere sottomatrici di dimensioni 6×6 o superiori. Per questo input, l'algoritmo deve restituire 5.

Sheet1



1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	0
0	1	0	0	1	0	1	1

Page 1