

## Algoritmi e Strutture Dati – 21/06/2022 – Parte A

**Esercizio -1** Iscriverti allo scritto entro la scadenza. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

**Esercizio 0** Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna su tutti i fogli consegnati. Consegnare foglio A4 e foglio protocollo di bella. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

### A1 – Complessità – Punti $\geq 8$

Trovare limiti superiori e inferiori per la seguente equazione di ricorrenza, utilizzando il metodo di sostituzione (detto anche per tentativi)

$$T(n) = \begin{cases} T\left(\left\lfloor \frac{n}{\sqrt{2}} \right\rfloor\right) + T\left(\left\lfloor \frac{n}{\sqrt{4}} \right\rfloor\right) + T\left(\left\lfloor \frac{n}{\sqrt{5}} \right\rfloor\right) + n^2 & n > 2 \\ 1 & n \leq 2 \end{cases}$$

### A2 – Lato destro – Punti $\geq 10$

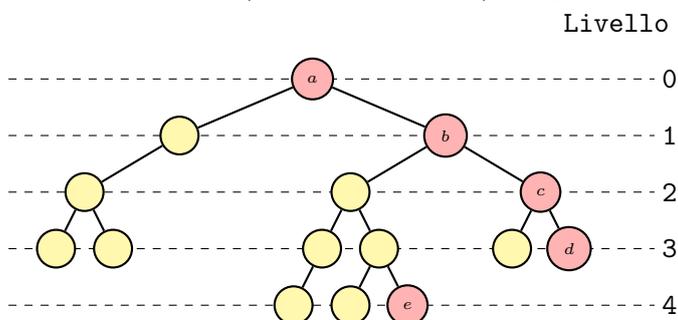
Scrivere un algoritmo

`rightSide(TREE T)`

che stampa il "lato destro" dell'albero radicato in  $T$ , cioè tutti i nodi che si trovano più a destra per ogni livello, in ordine crescente di livello.

Discutere informalmente la correttezza dell'algoritmo e la sua complessità computazionale.

Per esempio, nell'albero seguente devono essere stampati i nodi  $a, b, c, d, e$  (evidenziati in rosa), in quest'ordine.



### A3 – Mele marce – Punti $\geq 12$

Una cassetta di frutta è organizzata come una griglia quadrata di  $n \times n$  posizioni, rappresentata da una matrice di interi  $M$ . In ogni posizione, può esserci una mela buona (1), una mela marcia (-1) o nessuna mela (0).

Una mela marcia nella posizione  $(i, j)$  fa marcire le mele buone nelle posizioni  $(i-1, j)$ ,  $(i+1, j)$ ,  $(i, j-1)$ ,  $(i, j+1)$  in una giornata.

Scrivere un algoritmo

`int badApples(int[][] M, int n)`

che restituisce il numero di giornate dopo le quali nessuna mela marcirà più (o perché sono tutte marcite, o perché qualcuna si salva in quanto non in contatto con mele marce).

Discutere informalmente la correttezza dell'algoritmo e la sua complessità computazionale.

## *Algoritmi e Strutture Dati – 21/06/2022 – Parte B*

**Esercizio -1** Iscriverti allo scritto entro la scadenza. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

**Esercizio 0** Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna su tutti i fogli consegnati. Consegnare foglio A4 e foglio protocollo di bella. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

### **B1 – Math ways – Punti $\geq 8$**

Scrivere un algoritmo

`mathWays(int n, int k)`

che stampa tutti i modi in cui si può ottenere il valore  $n$  ( $n \geq 3$ ) a partire dal valore  $k$  ( $k \geq 3, k \leq n$ ) quando le seguenti operazioni sono possibili:

- aggiungere 1 al numero corrente;
- raddoppiare il numero corrente;
- elevare il numero corrente al quadrato.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Per esempio, è possibile ottenere  $n = 10$  a partire da  $k = 3$  in questi cinque modi distinti:

- $3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 10$
- $3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 10$
- $3 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 10$
- $3 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 10$
- $3 \rightarrow 9 \rightarrow 10$

### **B2 – Piano strategico – Punti $\geq 10$**

Una rampante università del nord Italia ha appena approvato il suo piano strategico, scritto anche con il contributo del suo più giovane senatore.

Il piano strategico contiene  $n$  azioni, raggruppate in  $k$  gruppi, assegnate a  $d$  delegati.

- Ogni azione  $i$  è associata a un insieme  $del_i$  di delegati. Un delegato può essere associato a più azioni.
- Ogni azione  $i$  è associata a un insieme  $grp_i$  di gruppi. Ogni gruppo può essere associato a più azioni.

Il consiglio di amministrazione ha assegnato a ogni gruppo  $j$  un budget (quantità di denaro) totale  $b_j$ . Ogni azione  $i$  richiede un budget  $x_i$ , che può essere ottenuto con denaro provenienti dai gruppi a cui è associato, anche da più gruppi contemporaneamente.

Per evitare che i delegati si lamentino di un trattamento non equo, è anche necessario assicurarsi che ognuno di loro riceva esattamente  $K$  budget.

Il direttore generale ha chiesto il vostro aiuto. Deve verificare che sia possibile far quadrare tutti i conti, ovvero finanziare ogni azione  $a_i$  con un budget  $x_i$ , rispettando i vincoli sui gruppi e sui delegati.

Descrivere un algoritmo che prese le informazioni in input, determina se è possibile dividere i fondi rispettando tutti i vincoli.

Discutere informalmente la complessità computazionale dell'algoritmo proposto.

### **B3 – Double sequence – Punti $\geq 12$**

Scrivere un algoritmo

`int countSequences(n, m)`

che restituisce il numero di sequenze di numeri interi positivi di lunghezza  $n$  tali che ogni elemento è maggiore o uguale del doppio dell'elemento precedente, ma più piccolo o uguale a  $m$ .

Discutere informalmente la correttezza dell'algoritmo e la sua complessità computazionale.

Per esempio, per  $n = 4$  e  $m = 10$ , le sequenze possibili sono  $\{1, 2, 4, 8\}$ ,  $\{1, 2, 4, 9\}$ ,  $\{1, 2, 4, 10\}$ ,  $\{1, 2, 5, 10\}$  e l'algoritmo deve restituire 4.