

Algoritmi e Strutture Dati – 11/07/2023 – Parte B

Esercizio -1 Iscriverti allo scritto entro la scadenza. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

Esercizio 0 Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna su tutti i fogli consegnati. Consegnare foglio A4 e foglio protocollo di bella. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

B1 – SWERC – Punti ≥ 8

SWERC è una gara di programmazione che coinvolge squadre delle università dei paesi del sud-ovest Europa (Portogallo, Spagna, Francia, Italia, Svizzera, e Israele).

Quest'anno, ci sono n_u università partecipanti U_1, \dots, U_{n_u} . L'università U_i ha portato n_i studenti partecipanti. Il numero totale di studenti è $N = \sum_1^{n_u} n_i$. Ogni università U_i appartiene a un paese $P(U_i)$, uno dei sei possibili.

La sera prima della gara si svolge una cena "di gala". Ci sono n_t tavoli T_1, \dots, T_{n_t} a cui possono sedere k persone. Chiaramente, $k \cdot n_t \geq N$. Per favorire gli incontri fra studenti di nazioni diverse, sono state stabilite le seguenti regole:

1. in ogni tavolo, non possono esserci più di 1 persona proveniente dalla stessa università;
2. in ogni tavolo, non possono esserci più di 3 persone provenienti dallo stesso paese.

Descrivere un algoritmo che trovi un assegnamento fra studenti e tavoli, che rispetti le regole descritte, e discuterne la complessità computazionale. Identificare sotto quale condizione tale assegnamento non esiste.

B2 – 10.000 passi – Punti ≥ 10

Come sapete, si consiglia di fare circa 10.000 passi al giorno per mantenere un buon livello di salute.¹

Alberto è deciso a rimanere in salute. Tuttavia, con il suo attuale stile di vita frenetico, non riesce a fare più di 10.000 passi al giorno. Così, ha pensato di cercare un tragitto a piedi tra casa e lavoro che richieda esattamente 5.000 passi; andando e tornando, ne farà quindi 10.000.

Sia $G = (V, E)$ un grafo non orientato che rappresenta una mappa della città. Sia $w : E \rightarrow \mathbb{Z}^+$ una funzione

di pesi positivi che associa agli archi $(x, y) \in E$ il numero di passi $w(x, y)$ necessari per compiere l'arco (il segmento di strada).

Alberto vuole evitare di percorrere lo stesso arco avanti e indietro, cioè non vuole percorsi che contengano coppie di archi consecutivi (x, y) e (y, x) . Tuttavia, non ha problemi a percorrere dei cicli, ovvero a passare più volte da un arco da cui è già passato.

Scrivere un algoritmo

```
searchPath(GRAPH G, NODE src, NODE dest)
```

che prenda in input il grafo G , un nodo sorgente $src \in V$ (casa) e un nodo destinazione $dest \in V$ (lavoro) e stampi un percorso contenente esattamente 5.000 passi fra src e $dest$, se questo esiste; non stampi nulla, altrimenti.

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

B3 – Made-up – Punti ≥ 12

Un albero binario *ma-come-se-li-inventa* è un albero non vuoto in cui:

- i nodi nei livelli dispari hanno esattamente 1 figlio
- i nodi nei livelli pari hanno 0 o 2 figli.

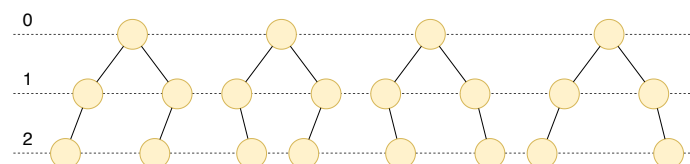
Scrivere un algoritmo

```
int countMakeup(int n)
```

che prende in input un intero n e restituisce il numero di alberi *ma-come-se-li-inventa* contenenti n nodi.

Discutere informalmente correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

Per esempio, gli alberi seguenti sono tutti gli alberi *ma-come-se-li-inventa* contenenti 5 nodi.



Si noti che esiste un solo albero *ma-come-se-li-inventa* con 1 nodo, esistono 0 alberi *ma-come-se-li-inventa* con 2, 3, 4 nodi. In generale, esistono alberi *ma-come-se-li-inventa* solo se $n = 4i + 1$, con i intero non negativo.

¹Questo numero, in realtà, è piuttosto arbitrario e sembra provenire dal termine giapponese 'manpo', che significa 10.000. <https://www.ilpost.it/2023/04/28/mito-diecimila-passi-salute/>.